

Übungen zur Einführung in die
Astronomie und Astrophysik II, 11

1. In der Frühphase des Universums ist die Expansion strahlungsdominiert.

- a) Zeigen Sie für diesen Fall, dass sich aus der Friedmann-Gleichung (flaches Universum ohne kosmologische Konstante) folgende Differentialgleichung für die Temperaturentwicklung ergibt:

$$\left(\frac{\dot{T}}{T}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2} a T^4.$$

Dabei bezeichnet $a = \frac{4\sigma}{c}$ die Strahlungskonstante.

- b) Bestimmen Sie die Zeitabhängigkeit der Temperatur $T(t)$.

(3 Punkte)

2. Die Häufigkeit von Deuterium im Kosmos ist ein wichtiger Parameter für das Verständnis der primordialen Nukleosynthese.

- a) Berechnen Sie die Bindungsenergie eines Deuterons, das aus einem Proton und einem Neutron besteht.
- b) Welche Wellenlänge muss ein Photon haben, um einen Kern dieser Art zu zerstören?
- c) Welche Temperatur hat ein schwarzer Körper, dessen Strahlungsintensität bei dieser Wellenlänge am größten ist?
- d) Zu welchem Zeitpunkt nach dem Urknall hatte sich das Universum so weit abgekühlt, dass die Deuteriumbildung effektiv wurde? Entsprechende Rechnungen zeigen, dass die Bildungsrate von Deuterium bei etwa 8×10^8 K die Vernichtungsrate durch Photonen übersteigt.

(2 Punkte)

3. Überlegungen zur gegenwärtigen Photon- und Baryondichte.

- a) Berechnen Sie die Photonendichte der kosmischen Hintergrundstrahlung. (Hinweis: Die Energiedichte des Strahlungsfeldes lässt sich schreiben $u_\nu = \frac{4\pi}{c} B_\nu$)
- b) Die Baryondichte beträgt nach aktuellen Annahmen $\rho_B = 4,26 \times 10^{-28} \text{ kg m}^{-3}$. Schätzen Sie das Verhältnis der Zahl der Baryonen zu der Zahl der Photonen η im heutigen Universum ab. Zur Vereinfachung soll angenommen werden, dass das Universum ausschließlich aus Wasserstoff besteht.

(3 Punkte)

4. Zeigen Sie, dass die Spektralform der Planckstrahlung bei einer kosmologischen Rotverschiebung $z = R^{-1} - 1$ beibehalten wird und dass $T(z) = T_0(1 + z)$ gilt (T_0 bezeichnet die heutige Temperatur).

(2 Punkte)