

Übungen zur Einführung in die  
**Astronomie und Astrophysik II, 5**

1. In Aufgabe 4, Blatt 4 wurde eine Energieabschätzung des ersten Gravitationswellen-Signals GW150914 vorgenommen. Im Folgenden sollen weitere Parameter des entsprechenden Objektes diskutiert werden.
  - a) Aus der ersten vollständigen Schwingung konnte man eine Bahnperiode von  $P = 0,06$  s ableiten. Wie groß ist der Abstand der Massenzentren zu diesem Zeitpunkt und welche (relative) Bahngeschwindigkeit hatten die beiden Schwarzen Löcher in Bruchteilen von  $c$ ?
  - b) Berechnen Sie die Schwarzschild-Radien der beiden ursprünglichen Schwarzen Löcher sowie des finalen Objektes und vergleichen Sie die Ergebnisse mit dem Abstand aus Aufgabenteil a).

(2 Punkte)
  
2. Am 17. August 2017 haben LIGO-H1, LIGO-L1 und VIRGO Gravitationswellen zweier verschmelzender Neutronensterne in der Galaxie NGC 4993 detektiert. Kurz danach wurde ein Gammastrahlenblitz von den Satelliten Fermi und INTEGRAL von dem selben Objekt beobachtet.
  - a) Diese simultane Beobachtung ermöglicht einen ersten Test für die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Gravitationswellen  $c_{\text{GW}}$ . Zwischen dem Verschmelzen der Neutronensterne und dem Gammablitz lagen 1,74 s. Die Entfernung der Galaxie beträgt 40 Mpc. Man berechne den Wert  $\delta = (c - c_{\text{GW}})/c$  für die beiden Fälle, dass der Gammablitz sofort bzw. spätestens 10 s nach dem Verschmelzen ausgesandt wurde.
  - b) Bestimmen Sie den Abstand der beiden Neutronensterne mit den Massen  $m_1 = 1,18 M_{\odot}$  und  $m_2 = 1,6 M_{\odot}$  zu Beginn des GW-Ereignisses. Die Umlaufperiode ergibt sich aus der Anfangsfrequenz der Gravitationswellen-Schwingungen von  $\nu_{\text{GW}} = 24$  Hz mit  $P = 2/\nu_{\text{GW}}$ .
  - c) Welche Frequenz hatten die Gravitationswellen zu dem Zeitpunkt, als sich die beiden Neutronensterne (mit jeweils  $R_{\text{NS}} = 10$  km) gerade berührten - nichtrelativistische Physik vorausgesetzt?

(3 Punkte)
  
3. Es werde ein binäres Schwarzes Loch mit einer Gesamtmasse von  $10 M_{\odot}$  und einer relativen Bahngeschwindigkeit von  $0,5 c$  betrachtet. Die Entfernung des Systems betrage 20 Mpc.
  - a) Berechnen Sie die relative Gravitationswellen-Dehnung („strain“)  $h$  für dieses System. Um welchen Betrag würde eine solche Gravitationswelle den Durchmesser der Erde verändern? Geben Sie das Ergebnis in Einheiten des Bohr-Radius ( $a_0 = 5,292 \times 10^{-11}$  m) an.
  - b) Angenommen, ein derartiges Event liege genau an der Detektionsgrenze des Gravitationswellen-Observatoriums LIGO und führe zu **einer** Detektion pro Jahr. Wie viele Events pro Jahr würde man erwarten, wenn LIGO durch Reduktion des instrumentellen Störrauschens („strain noise“) seine Sensitivität um einen Faktor 2 verbessert?

(2 Punkte)
  
4. Bei nichtrotierenden Schwarzen Löchern ist der Ereignishorizont in der Schwarzschild-Metrik mit dem Schwarzschild-Radius  $R_{\text{S}} = \frac{2GM}{c^2}$  identisch.
  - a) Berechnen Sie die Größe  $R$ , die ein Objekt mit gegebener Dichte  $\rho$  haben müsste, um gerade zum schwarzen Loch zu werden. Bestimmen Sie  $R$  für folgende Beispiele: nukleare Materie, Wasser, Zentradichte der Sonne, mittlere Dichte des Universums (entsprechend  $n \approx 5,7$  H-Atome  $\text{m}^{-3}$ ).
  - b) Skizzieren Sie  $\log_{10}(R_{\text{S}})$  in Abhängigkeit  $\log_{10}(R)$  für einige astrophysikalische Objekte: Planet, Stern, Galaxie, Galaxienhaufen, Größe des sichtbaren Universums ( $\sim ct_0$ , wobei das Alter des Universum nach aktuellen Messungen  $t_0 = 13,81 \times 10^9$  a beträgt). Vergleichen Sie mit den Werten aus a) und diskutieren Sie die Ergebnisse.

(3 Punkte)

5. In folgender Tabelle sind die Umlaufzeiten  $P$  und Massen  $m$  einiger Exoplaneten aufgelistet (Quelle: exoplanets.org).  $M$  ist die Masse des zugehörigen Sterns.

Exoplanet	$P/d$	$m/M_J$	$M/M_\odot$
CoRoT-3 b	4.257	22	1.37
Kepler-14 b	6.790	8.4	1.51
Kepler-186 f	129.946	0.0042	0.48
Kepler-440 b	101.111	0.0137	0.58
HD 141399 d	1070	1.19	1.07
HD 188015 b	461	1.47	1.06
HD 285507 b	6.088	0.92	0.73
WASP-114 b	1.549	1.77	1.29

- Berechnen Sie unter Verwendung von NumPy-Arrays aus den angegebenen Parametern die großen Halbachsen  $a$  der Umlaufbahnen.
- Stellen Sie mit Hilfe von Pyplot die Umlaufzeit  $P$  in Tagen als Funktion von  $a$  in AU in einem doppelt-logarithmischen Diagramm dar. Warum liegen die Datenpunkte nicht genau auf einer Linie?
- Klassifizieren Sie diese Objekte nach ihren Eigenschaften als braune Zwerge, jupiterähnliche Planeten (nehmen Sie eine Mindestmasse von  $0.1M_J$  an), heiße Jupiter mit Umlaufzeiten unterhalb von 10 Tagen oder erdähnliche Planeten.

(3 Bonuspunkte)