

Übungen zur Einführung in die Astronomie und Astrophysik II, 4

1. Epsilon Eridani b gehört zu den Exoplaneten aus der solaren Nachbarschaft ($d = 3,2 \text{ pc}$) und wurde im Jahr 2000 mit Hilfe der Radialgeschwindigkeitsmethode entdeckt. Für die Geschwindigkeiten im Periastron bzw. Apastron konnten folgende Werte bestimmt werden: $v_p = 35 \text{ km s}^{-1}$ und $v_a = 6,2 \text{ km s}^{-1}$.
 - a) Zeigen Sie zunächst, dass das Produkt der Apsidengeschwindigkeiten durch $v_p v_a = \frac{GM}{a}$ gegeben ist.
 - b) Bestimmen Sie die große Bahnhalbachse a von ε Eri b, wenn die Umlaufdauer $T = 2502 \text{ d}$ beträgt.
 - c) Ermitteln Sie die (numerische) Exzentrizität ε der Exoplanetenbahn.
 - d) Welche Masse ergibt sich für den Mutterstern ε Eri?
 - e) ε Eri hat den Spektraltyp K2V und besitzt damit eine Effektivtemperatur von $T_{\text{eff}} = 5100 \text{ K}$. Berechnen Sie seine Leuchtkraft, wenn ein Radius von $R = 0,84 R_{\odot}$ angenommen wird.
 - f) Schätzen Sie die Temperatur des Planeten im Periastron ab. Es werde die Standardformel für eine gleichmäßige Erwärmung verwendet (schnelle Rotation und vollständiger Wärmeaustausch, $A = 0$).

(2 Punkte)

2. Am 23. Februar 1987 explodierte in der Großen Magellanschen Wolke ($d = 50 \text{ kpc}$) die SN 1987A, eine Kernkollaps-Supernova. Dabei wurden zum ersten und einzigen Mal SN-Neutrinos eindeutig nachgewiesen: Der Kamiokande-Detektor registrierte 11 Neutrino-Ereignisse in einer Zeitspanne von 12,4 s.
 - a) Wie in Aufgabe 3, Blatt 2 gezeigt wurde, hat der Kollaps eine Energie von etwa $3,1 \times 10^{46} \text{ J}$ freigesetzt. Ein Großteil dieser Energie ($\sim 99\%$) wurde in Form von Neutrinos abgestrahlt, deren mittlere Energie bei etwa $12,5 \text{ MeV}$ liegt. Wie groß ist damit der totale Neutrinofluss auf der Erde?
 - b) Im Kamiokande-Detektor wurden Ereignisse mit Energien zwischen $7,6 \text{ MeV}$ und $36,7 \text{ MeV}$ beobachtet. Welche Rückschlüsse lassen sich aus der Dauer des Neutrinoimpulses auf die Obergrenze der Neutrinomasse ziehen?

(3 Punkte)

3. Im Jahre 1974 wurde der Doppelpulsar PSR 1913+16 mithilfe des Arecibo-Radioteleskopes entdeckt. Das System besteht aus 2 Neutronensternen mit jeweils einer Chandrasekhar-Masse ($M_1 = M_2 = M_{\text{NS}} = 1,4 M_{\odot}$). Die besondere Bedeutung dieses Sternsystems liegt darin, dass seine Entdecker die abnehmende Umlaufzeit erstmals zum indirekten Nachweis von Gravitationswellen nutzten (Nobelpreis 1993). Die Umlaufperiode des Systems beträgt $7,75 \text{ h}$. Für die Rechnung soll vereinfachend $\varepsilon = 0$ angenommen werden.
 - a) Berechnen Sie zunächst den Abstand a der beiden Neutronensterne.
 - b) Zeigen Sie, dass für die Gesamtenergie des Systems gilt

$$E = -M_{\text{NS}} \left(\frac{\pi}{2} \frac{GM_{\text{NS}}}{P} \right)^{2/3}$$

- c) Leiten Sie eine Formel für die zeitliche Änderung der Umlaufperiode \dot{P} als Funktion von \dot{E} her.
- d) Für die Leuchtkraft der Gravitationswellen eines Doppelsternsystems gilt:

$$L_{\text{GW}} = -\frac{32}{5} \frac{G}{c^5} \mu^2 a^4 \omega^6.$$

Berechnen Sie damit \dot{P} sowie die maximale Lebensdauer des Systems.

(4 Punkte)

4. Der erste direkte Nachweis von Gravitationswellen erfolgte am 14. September 2015 mit Hilfe der beiden Advanced-LIGO-Detektoren. Es handelte sich dabei um die Kollision zweier Schwarzer Löcher, die innerhalb von $0,2 \text{ s}$ verschmolzen sind. Die Massen wurden zu $m_1 = 29 M_{\odot}$ und $m_2 = 36 M_{\odot}$ bestimmt. Das finale Schwarze Loch hat eine Masse von $m_f = 62 M_{\odot}$. Berechnen Sie die Gravitationsleuchtkraft durch Verschmelzung der beiden Schwarzen Löcher. Vergleichen Sie das Ergebnis mit der radiativen Gesamtleuchtkraft aller Sterne im Universum ($\sim 10^{11}$ Galaxien mit jeweils $\sim 10^{11}$ Sternen solarer Leuchtkraft).

(1 Punkt)