

Übungen zur Einführung in die Astronomie und Astrophysik II, 2

1. Es werde die Gravitationsinstabilität einer interstellaren Gaswolke durch eine vereinfachte Virialanalyse untersucht.

- a) Setzen Sie eine homogene Gaskugel voraus, und leiten Sie das Stabilitätskriterium her. Schreiben Sie die resultierende Jeans-Masse in folgender Form (unter expliziter Angabe des dimensionslosen Vorfaktors α):

$$\frac{M_J}{M_\odot} = \alpha \left(\frac{T/\text{K}}{\mu} \right)^{3/2} [\rho/(\text{kg m}^{-3})]^{-1/2}.$$

- b) Welche Masse und welchen Radius müsste eine sphärische, homogene Wolke mit kühler interstellarer Materie (d. h. $T = 100 \text{ K}$) haben, um instabil zu werden? Nehmen Sie eine Teilchendichte von 0,6 H-Atomen pro cm^3 an.
c) Welche minimale Teilchendichte darf eine aus molekularem Wasserstoff bestehende Bok-Globule ($M = 1 M_\odot$) bei einer Temperatur von 10 K haben, damit sie nicht gravitativ instabil wird?

(3 Punkte)

2. Es werde ein Vorhauptreihenstern (PMS-Stern) mit dem Radius R betrachtet. Die Strahlung werde vollständig aus der gravitativen Eigenenergie gewonnen.

- a) Berechnen Sie die Strahlungsenergie E_{rad} und zeigen Sie, dass für die Leuchtkraft gilt:

$$L = -\frac{E_{\text{rad}}}{R} \dot{R}.$$

- b) Ein PMS-Stern möge einen Radius von $3 R_\odot$ und eine Masse von $1 M_\odot$ haben. Welche zeitliche Radianabnahme ergibt sich bei der Abstrahlung von $2 L_\odot$?

(3 Punkte)

3. Bei einer typischen Kernkollaps-Supernova (Typ Ib,c und Typ II SN) verdichtet sich der ursprüngliche stellare Kern von etwa $1,4 M_\odot$ und einem Erdradius auf einen Radius von 10 km.

- a) Schätzen Sie die frei werdende Gesamtenergie aus einer Bilanz der Gravitationsbindungsenergie ab.
b) Aus der Messung der Radialgeschwindigkeit ergibt sich, dass Materie von einer Sonnenmasse mit einer Geschwindigkeit von $10\,000 \text{ km s}^{-1}$ abgestoßen wird. Wie viel Energie kann dieser Hülle zugeordnet werden?
c) Man kann außerdem abschätzen, dass die im gesamten Wellenlängenbereich abgestrahlte Energie erheblich geringer ist als die kinetische Energie. Wo bleibt die restliche Energie?

(2 Punkte)

4. Es werde das Elektronengas im Innern eines Sternes betrachtet. Ob diese Gas entartet ist, kann man mit Hilfe des Druckes abschätzen, indem man fordert

$$P_{\text{entartet}} > P_{\text{gas}},$$

wobei für den Gasdruck natürlich alle Teilchen einzubeziehen sind. Für den Entartungsdruck des Elektronengases gilt:

$$P_{\text{entartet}} = \frac{h^2}{20m_e} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{2/3} n_e^{5/3}.$$

- a) Leiten Sie einen Ausdruck für die Grenztemperatur T_{crit} in Abhängigkeit von der Dichte ρ her, unterhalb der ein vollständig ionisiertes Heliumgas entartet.
b) Berechnen Sie die kritische Temperatur eines aus Helium bestehenden Weißen Zwerges mit $R = R_\oplus$ und $M = 0,5 M_\odot$.

(2 Punkte)