

Übungen zur Einführung in die
Astronomie und Astrophysik I, 11

1. Schätzen Sie die Zahl der pp-Reaktionen pro Sekunde für die Sonne ab. Wieviele Neutrinos ν_e werden die Erde – als Resultat dieses Prozesses – pro Sekunde treffen? (Hinweis: Zur Vereinfachung sollen nur die pp1-Reaktionen betrachtet werden, die ohnehin etwa 83% der solaren Fusionsprozesse ausmachen)
- (2 Punkte)

2. Ein Stern von $10 M_\odot$ bestehe anfangs nur aus Wasserstoff. In einem Zentralbereich, der 20% der Sternmasse enthält, werde der Wasserstoff im Laufe der Entwicklung vollständig in ^{56}Fe umgewandelt.
- Wieviel Kernenergie wird dabei freigesetzt?
 - Welcher Bruchteil davon entfällt auf die erste Stufe der Umwandlung zu ^4He im Hauptreihenstadium?
 - Wie lange dauert diese Hauptreihenphase? (Verwenden Sie die Masse-Leuchtkraft-Relation für Hauptreihensterne: $L \propto M^{3,5}$)

Die Kernmassen betragen (in atomaren Masseneinheiten $u = 1,6605389 \times 10^{-27}$ kg): 1,0072766 für ^1H , 4,0015065 für ^4He und 55,920679 für ^{56}Fe .

(3 Punkte)

3. Aus den Grundgleichungen des Sternaufbaus lassen sich Skalierungsrelationen (auch Homologierelationen genannt) für Hauptreihensterne herleiten.
- Zeigen Sie, dass die folgenden Beziehungen gelten:

$$\bar{P} \propto \frac{M^2}{R^4} \quad \text{sowie} \quad L \propto \frac{R \bar{T}^4}{\bar{\rho}},$$

wenn der Energietransport ausschließlich durch Strahlung erfolgt.

- Leiten Sie aus diesen Relationen die Masse-Leuchtkraft-Beziehung für Hauptreihensterne her. Dabei soll das mittlere Molekulargewicht einbezogen werden, so dass ein Ausdruck folgender Art entsteht:

$$L \propto M^\alpha \mu^\beta.$$

Bestimmen Sie die Exponenten α und β . Wie lässt sich das Ergebnis hinsichtlich der Leuchtkraftentwicklung eines Hauptreihensternes interpretieren?

(3 Punkte)

4. Bei massereichen Hauptreihensternen können Temperatur- und Dichteprofil durch folgende Relationen approximiert werden:

$$\frac{T}{T_0} = 10^{-4r/R}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 10^{-8r/R},$$

wobei T_0 und ρ_0 die jeweiligen Werte im Zentrum ($r = 0$) spezifizieren. Die nukleare Energieerzeugungsrate sei gegeben durch

$$\varepsilon \propto \rho T^\eta.$$

Bei welchem relativen Radius r/R ist ε auf ein Tausendstel des Wertes im Zentrum abgefallen, wenn das Wasserstoffbrennen durch eine Temperaturabhängigkeit mit

- $\eta = 4$ (pp-Reaktion),
- $\eta = 17$ (CNO-Zyklus) gegeben ist?

(Anmerkung: Für den Exponenten η findet man in der Literatur unterschiedliche Werte, da das Potenzgesetz nur eine grobe Näherung darstellt)

(2 Punkte)