

Übungen zur Einführung in die  
**Astronomie und Astrophysik I, 10**

1. Die Strahlung der Sonne ( $m_V = -26.8^m$ ) werde durch Nebel auf die Helligkeit des Vollmondes ( $m_V = -12.5^m$ ) reduziert. Welche optische Tiefe  $\tau$  kann man der Nebelschicht zuordnen?

(2 Punkte)

2. Die Strahlung an der Oberfläche eines Sterns entstammt unterschiedlich tiefen Schichten der Photosphäre. Die unter einem Winkel  $\vartheta$  relativ zur Normalen der Atmosphäre austretende Strahlung wird bis zu ihrem Austritt um den Faktor  $\exp(-\tau_\nu / \cos \vartheta)$  abgeschwächt. Die Strahlungsintensität an der Oberfläche  $\tau_\nu = 0$  ist dann gegeben durch

$$I_\nu(0, \vartheta) = \int_0^\infty S_\nu(\tau_\nu) e^{(-\tau_\nu / \cos \vartheta)} d(\tau_\nu / \cos \vartheta).$$

Zeigen Sie mit Hilfe eines linearen Ansatzes für die Quellfunktion  $S_\nu(\tau_\nu) = S_{0\nu} + S_{1\nu}\tau_\nu$ , dass die Eddington-Barbier-Näherung gilt:

$$I_\nu(0, \vartheta) \approx S_\nu(\tau_\nu = \cos \vartheta).$$

(2 Punkte)

3. Die Linien von einfach ionisiertem Kalzium (Ca II) sind in der Sonne stärker als die Balmerlinien von Wasserstoff, obwohl die chemische Elementhäufigkeit von Ca viel kleiner als die von Wasserstoff ist. Die Ursache lässt sich mit den Anregungsbedingungen in der solaren Photosphäre erklären. Dazu betrachtet man ein Gas mit der Elektronendichte  $n_e = 2 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$  und einer Temperatur von  $T = 5800 \text{ K}$ . Das solare Häufigkeitsverhältnis beträgt etwa  $N_{\text{Ca}}/N_{\text{H}} = 2 \times 10^{-6}$ .

- a) Bei der gegebenen Temperatur ist der Wasserstoff fast vollständig neutral. Berechnen Sie mit Hilfe der Boltzmann-Gleichung das Verhältnis der H-Atome im ersten angeregten Zustand relativ zum Grundzustand ( $E_2 - E_1 = 10,6 \text{ eV}$ ).
- b) Berechnen Sie mit Hilfe der Saha-Gleichung das Verhältnis von ionisiertem zu neutralem Kalzium ( $u_{\text{I}} = 1,32$ ,  $u_{\text{II}} = 2,30$ ,  $\chi_{\text{I}} = 6,11 \text{ eV}$ ).
- c) Die H- und K-Linien von Ca II sind Übergänge vom Grundzustand zum ersten angeregten Niveau ( $E_2 - E_1 = 3,12 \text{ eV}$ ,  $g_1 = 2$ ,  $g_2 = 4$ ). Berechnen Sie das Verhältnis von Ca II-Ionen im ersten angeregten Zustand relativ zum denen im Grundzustand.
- d) Wie groß ist der Anteil von Ca II-Ionen im Grundzustand am gesamten Kalzium? Dabei soll angenommen werden, dass nur der Grundzustand und der erste angeregte Zustand von Ca II nennenswert besetzt sind und dass keine höheren Ionisationsstufen existieren.
- e) Wie groß ist das Verhältnis von Ca II-Ionen im Grundzustand zu Wasserstoffatomen im ersten angeregten Zustand (Ausgangsniveau der Balmerlinien)?

(4 Punkte)

4. Schätzen Sie die Zentraltemperatur der Sonne ab, indem Sie als grobe Approximation eine Kugel konstanter Dichte annehmen, die aus vollständig ionisiertem Wasserstoff besteht.

- a) Berechnen Sie zunächst den Zentraldruck  $P_c$  dieser Kugel.
- b) Verwenden Sie die Zustandsgleichung idealer Gase, um daraus die Zentraltemperatur  $T_c$  zu berechnen.

(2 Punkte)