

Übungen zur Einführung in die
Astronomie und Astrophysik I, 6

1. Das Plancksche Strahlungsgesetz beschreibt die Intensitätsverteilung eines Schwarzen Körpers mit der Temperatur T . Als Funktion der Frequenz ν lautet es

$$B_\nu(T) = \frac{2h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

- a) Zeigen Sie, dass die gesamte Energieabstrahlung eines Schwarzen Körpers *proportional* zu T^4 ist.
 b) Zeigen Sie, dass sich zwei Planck-Kurven unterschiedlicher Temperaturen nicht schneiden ($\nu \neq 0$). Welche physikalische Bedeutung hat dieser Sachverhalt?

(2 Punkte)

2. In der Vorlesung wurde das Wiensche Verschiebungsgesetz für Wellenlängen (auf der Basis von $B_\lambda(T)$) betrachtet. Für das Maximum der Strahlungsintensität ergibt sich der Ausdruck $\lambda_{\max} = 2,898 \text{ mm K}/T$. Leiten Sie eine analoge Beziehung zwischen der Frequenz des Maximums ν_{\max} des Planckschen Strahlungsgesetzes $B_\nu(T)$ und der Temperatur T her. Substituieren Sie in dieser Beziehung ν_{\max} durch λ_{\max} . Wieso unterscheidet sich die so erhaltene Relation zwischen λ_{\max} und T von dem klassischen Wienschen Verschiebungsgesetz?

(3 Punkte)

3. Betrachten Sie einen Planck-Strahler, der die Temperatur der Sonnenphotosphäre hat ($T_{\text{eff}\odot} = 5780 \text{ K}$). Wieviele Photonen pro Flächen- und Zeiteinheit werden emittiert, die genügend Energie zur Ionisation eines Wasserstoffatoms (im Grundzustand) besitzen ($E_{\text{ion}}(\text{H}) = 13,598 \text{ eV}$)? Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem Gesamtphotonenfluss von etwa $3 \times 10^{26} \text{ m}^{-2} \text{ s}^{-1}$.

Berücksichtigen Sie folgende Hinweise:

- i) $F_\nu = \pi B_\nu(T)$ (siehe Vorlesung)
 ii) Wiensche Näherung ($h\nu \gg kT$)
 iii) $\int x^2 e^{-ax} dx = \frac{e^{-ax}}{a^3} [-ax(ax + 2) - 2]$

(3 Punkte)

4. Der Übergang vom Energieniveau n zum Niveau m im Wasserstoffatom wird in guter Näherung durch die Rydbergformel beschrieben:

$$\frac{1}{\lambda} = R_{\text{H}} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \text{ mit } R_{\text{H}} = 1,0967758 \times 10^7 \text{ m}^{-1}.$$

- a) Bestimmen Sie, welche Spektrallinien des Wasserstoff-Spektrums sich im sichtbaren Bereich (380 nm – 780 nm) befinden.
 b) Die Ionisationsgrenze entspricht $n \rightarrow \infty$. Wie groß ist die Ionisationsenergie (in eV) ausgehend vom Balmer-Grundzustand ($m = 2$)?

(2 Punkte)