

Übungen zur Einführung in die
Astronomie und Astrophysik I, 4

1. Durch die Entwicklung neuer Beobachtungsinstrumente und Satelliten werden indirekte Methoden zur Detektion von Exoplaneten immer wichtiger. Dabei kann unter anderem der gravitative Einfluss eines Planeten bzw. dunklen Begleiters auf den Zentralstern genutzt werden, um periodische Positionsänderungen oder Schwankungen der Radialgeschwindigkeit nachzuweisen. Berechnen Sie die entsprechenden Amplituden der Schwankungen für das System Sonne – Jupiter. Welche Amplituden würde man messen (in " bzw. m s^{-1}), wenn man die Sonne aus einer Entfernung von 2 pc mit einer um 45° geneigten Jupiterbahn beobachten würde?

(2 Punkte)

2. Betrachten Sie die Bewegungsgleichung für die Relativbewegung zweier Massen m_1 und m_2

$$\ddot{\vec{r}} = -G(m_1 + m_2) \frac{\vec{r}}{r^3}$$

Der Koordinatenursprung liege im Schwerpunkt der beiden Massen, so dass für die Ortsvektoren \vec{r}_1 und \vec{r}_2 die Beziehung $m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 = 0$ gelte.

- a) Leiten Sie Ausdrücke für die Gesamtenergie E und den Drehimpuls \vec{L} in Abhängigkeit von den Größen m_1 , m_2 und $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ her. Vereinfachen Sie die beiden Gleichungen durch Einführung der Massensumme $M = m_1 + m_2$ sowie der reduzierten Masse $\mu = m_1 m_2 / M$.
- b) Zeigen Sie, dass Energie und Drehimpuls Konstanten der Bewegung sind.

(3 Punkte)

3. Betrachten Sie ein Doppelsternsystem, bei dem sich die Komponenten auf einer elliptischen Umlaufbahn um den Massenschwerpunkt bewegen. Es seien a_1 und a_2 die großen Halbachsen der beiden Sterne (bezüglich des Schwerpunktes). Beweisen Sie auf der Basis der in der Vorlesung dargestellten Zusammenhänge, dass die große Halbachse der Relativbahn (d. h. Umlaufbahn der reduzierten Masse) durch $a = a_1 + a_2$ gegeben ist.

(2 Punkte)

4. Die Vis-Viva-Gleichung ist eine wichtige astrodynamische Gleichung, die die Geschwindigkeit von Körpern auf Keplerbahnen beschreibt:

$$v^2 = GM \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

Zeigen Sie zunächst, dass die Gesamtenergie durch $E_{\text{ges}} = -G \frac{mM}{2a}$ gegeben ist. Leiten Sie anschließend die obige Gleichung mit Hilfe des Energiesatzes her.

(3 Punkte)